

Научно-технический центр им. А.М.Люльки НПО "Сатурн", Москва, Россия

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЗВУКОВОГО БЕЗОТРЫВНОГО ФЛАТТЕРА ЛОПАТОК ОСЕВЫХ КОМПРЕССОРОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Предложен метод численного анализа дозвукового флаттера лопаток. Он основан на вычислении работы неустановившихся аэродинамических сил, действующих на колеблющуюся лопатку (или лопаточный венец). Доказано, что возмущение потока газа, создаваемое колебаниями лопаток, является потенциальным во вращающейся системе координат. Получены линеаризованные уравнения и граничные условия для потенциала возмущения.

Ключевые слова: флаттер лопаток, колебания лопаток, течение в межлопаточном канале, аэроупругость.

Введение. Одним из возможных методов расчетного прогнозирования флаттера является вычисление работы нестационарных аэродинамических сил, совершаемой на одном цикле колебаний лопатки. Если эта работа положительна, то суммарная энергия лопатки увеличивается, и амплитуда колебаний растет, если же работа отрицательна, то колебания затухают. Поскольку расчет собственных форм и частот лопатки не представляет труда, основную трудность представляет расчет возмущений, возбуждаемых в потоке газа колеблющейся лопаткой.

Существующие программные пакеты, позволяющие проводить такие расчеты, можно разбить на две группы. К первой относятся мультифизические пакеты, например, LS-Dyna, позволяющие проводить совместное решение задач газовой динамики и теории упругости, с учетом деформации поверхности сопряжения и перестроения расчетной сетки на каждом временном шаге для учета таких деформаций. Прогнозирование флаттера с помощью таких программ заключается в задании начального возмущения системы и решении задачи динамики до выхода на режим экспоненциального роста или затухания. Однако, ввиду большой громоздкости совместных задач, эффективное использование этих пакетов в настоящий момент практически невозможно из-за отсутствия необходимых вычислительных мощностей.

Ко второй группе относятся программы, предназначенные для решения специальных задач, например, расчета аэродинамических коэффициентов в задачах статической аэроупругости летательных аппаратов. Вместе с тем, они используют ряд предположений, ограничений и методов, специфичных для данных задач. Например, в MSC.FlightLoads, предназначенном для решения задач аэроупругости летательных аппаратов, считается, что набегаящий поток воздуха однороден и имеет постоянную скорость, а тело вносит в него малые возмущения. Это справедливо при расчете оперения самолета, но в межлопаточном канале компрессора течение существенно неоднородное и

завихренное. Эффективные методы расчета возмущений, применимые к течению в межлопаточном канале компрессора, автору неизвестны.

Предлагаемый ниже метод относится ко второй группе. Используется модель невязкого совершенного газа, течение считается безотрывным и адиабатическим. Вычисления будем проводить в стандартной цилиндрической системе координат компрессора (r, θ, z) .

Установившееся обтекание лопаток потоком газа. Задача об установившемся обтекании трехмерной решетки профилей идеальным газом является стандартной и может быть решена во многих газодинамических пакетах. Характерной особенностью обтекания [1] является выполнение условия Жуковского-Чаплыгина, приводящего к тому, что с задних кромок лопаток сходит вихревая пелена, являющаяся поверхностью тангенциального разрыва (рис. 1), и решение не является непрерывным во всей области течения.

Ясно, что благодаря циклической симметрии решетки достаточно рассмотреть установившееся обтекание изолированной лопатки. На рис. 2 показана геометрия расчетной области. Будем пренебрегать радиальным зазором между торцом лопатки и корпусом, считая, что поверхность лопатки простирается от области Γ_{bot} до Γ_{top} .

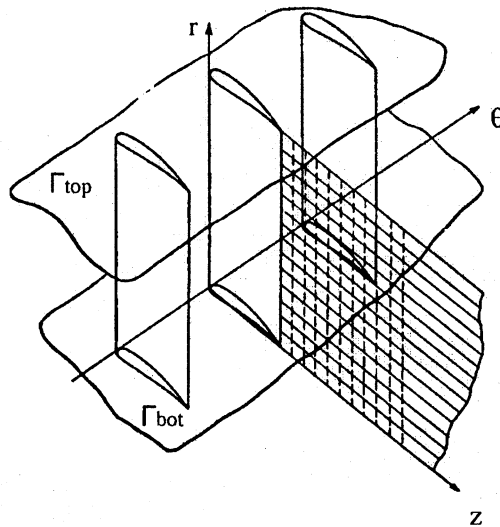


Рис. 1. Характер расположения вихревой пелены, сходящей с задней кромки лопатки.

Также будем считать, что поверхности Γ_{in} , Γ_{out} задаются уравнениями $z = const$, то есть являются плоскостями, перпендикулярными оси двигателя.

В результате решения уравнений Эйлера должны быть получены распределения в расчетной области скорости \vec{W}_0 , плотности ρ_0 и скорости звука a_0 , а также координаты точек вихревой пелены. Эти результаты будут использоваться ниже для расчета вынужденных колебаний газа на фоне установившегося обтекания при заданных колебаниях лопаток.

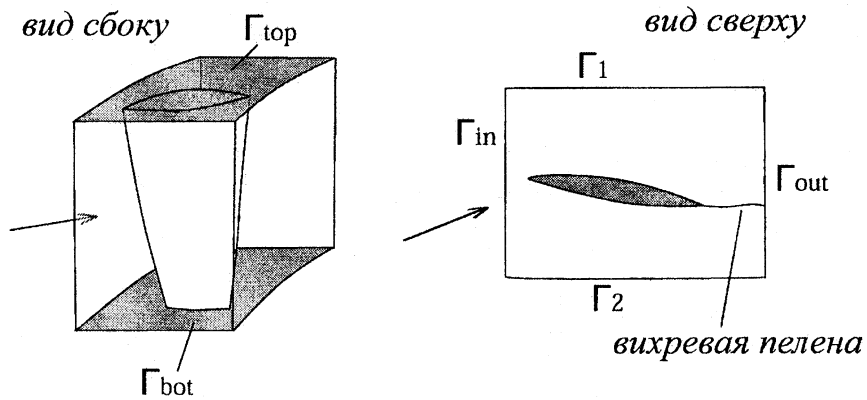


Рис. 2. Геометрия расчетной области.

Вывод линеаризованных уравнений и граничных условий и постановка задачи о вынужденных колебаниях потока газа. Целью настоящего раздела является вывод линеаризованных уравнений и граничных условий для возмущения установившегося обтекания, создаваемого малыми гармоническими колебаниями лопаток. Будем рассматривать полностью дозвуковые режимы работы ступени, или сверхзвуковые режимы, при которых в межлопаточном канале отсутствуют сильные ударные волны; течение в компрессоре будем считать адиабатическим. Поскольку далеко впереди двигателя (покоящийся или поступательно движущийся воздух) течение является баротропным, то оно будет таким и в рассматриваемой ступени (в силу сохранения энтропии в частицах газа): $p = c\rho^\gamma$, где c — некоторая константа, p и ρ — давление и плотность газа, γ — отношение теплоемкостей.

Докажем, что из сделанных предположений следует, что возмущение основного течения, создаваемое колебаниями лопаток, в относительной (вращающейся) системе координат является потенциальным. Действительно, из теоремы Томсона о сохранении вихрей и того, что далеко впереди двигателя течение безвихревое, следует, что в абсолютной (покоящейся) системе координат как невозмущенное, так и возмущенное течение потенциальны. При переходе в относительную (вращающуюся) систему координат непотенциальные члены, имеющиеся в уравнениях Эйлера (сила Кориолиса и вихревая часть конвективного члена, записанного в форме Громеко-Лэмба), сокращаются, и эти уравнения принимают вид [2]

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = -\text{grad} \left(\frac{w^2}{2} + P + U \right). \quad (1)$$

Здесь \vec{w} — вектор скорости в относительной системе координат, $P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}$ —

баротропная функция, $U = \frac{\Omega^2 r^2}{2}$ — потенциал центробежной силы (Ω —

угловая скорость вращения компрессора). Отсюда следует, что циркуляция скорости по фиксированному в пространстве замкнутому контуру сохраняется во времени,

$$\frac{\partial}{\partial t} \Gamma = \frac{\partial}{\partial t} \int_L \vec{w} d\vec{l} = \int_L \frac{\partial}{\partial t} \vec{w} d\vec{l} = - \int_L \text{grad} \left(\frac{w^2}{2} + P + U \right) \cdot d\vec{l} = 0.$$

Пользуясь этим свойством и формулой Стокса, легко доказать сохранение вектора вихря в каждой фиксированной точке пространства. Другими словами, несмотря на то, что невозмущенное течение в относительной системе координат является вихревым, его возмущение является потенциальным. Отметим, что доказательство полностью аналогично доказательству теоремы Томсона о сохранении вихрей. Отличие состоит в том, что там потенциальна полная, а не частная производная скорости по времени (1), в результате чего циркуляция сохраняется по жидкому, а не по фиксированному контуру, и, соответственно, вектор вихря заморожен в жидкую частицу, а не в неподвижное пространство.

Таким образом, возмущение потока описывается единственной функцией — потенциалом скорости, что существенно упрощает вид уравнений и их численное решение.

Гармонические колебания поверхности лопатки задаются уравнением $\theta = u_0^\pm(r, z) + u_1^\pm(r, z) \cdot e^{-i\omega t}$. Здесь u_0^\pm — недеформированная поверхность, u_1^\pm — форма колебаний, ω — частота. Индексы “+” и “-” отвечают спинке и корыту лопатки соответственно.

Далее буквами с индексом “0” будем обозначать невозмущенные значения параметров, без индексов — их возмущения. Обозначим: φ — потенциал возмущения скорости газа, то есть $\vec{w} = \vec{w}_0 + \text{grad} \varphi$. Ясно, что при гармонических колебаниях лопатки потенциал возмущения φ также будет зависеть от времени как $e^{-i\omega t}$.

Считая колебания малыми, задачу будем решать в линейной постановке. Вывод линеаризованных уравнений и граничных условий проводится по стандартной схеме: записываются уравнения для возмущенного и невозмущенного движения и линеаризуется их разность. Ввиду громоздкости вычисления здесь не приводятся, хотя они не представляют никаких принципиальных трудностей.

Уравнение для потенциала возмущения. Уравнения неразрывности и импульсов для потенциала возмущения после линеаризации примут вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{grad} \rho \cdot \vec{w}_0 + \text{grad} \rho_0 \cdot \text{grad} \varphi + \rho \text{div} \vec{w}_0 + \rho_0 \text{div} \text{grad} \varphi = 0$$

и

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{w}_0 \cdot \text{grad} \varphi + \frac{a_0^2}{\rho_0} \rho = 0 \quad (2)$$

соответственно.

Выделяя из второго уравнения ρ и подставляя его в первое уравнение, а также учитывая, что потенциал зависит от времени как $e^{-i\omega t}$, получаем для потенциала одно уравнение второго порядка с переменными коэффициентами,

$$D_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + D_{22} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + D_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + D_{12} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} + D_{13} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} + D_{23} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta \partial z} + D_1 \frac{\partial \varphi}{\partial r} + D_2 \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + D_3 \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Коэффициенты этого уравнения зависят от параметров невозмущенного течения и частоты колебаний.

Условие Жуковского-Чаплыгина. Как следует из общей теории разрывов сплошных сред [3], на вихревой пелене, являющейся поверхностью тангенциального разрыва, должны выполняться три соотношения: во-первых, два кинематических условия непротекания — с одной и с другой стороны от разрыва, и, во-вторых, динамическое условие равенства нулю перепада давлений на разрыве. Однако для простоты в настоящей работе будем пренебрегать возмущением вихревой пелены, считая, что дискретизированные интегральные уравнения сохранения для возмущений на разрыве приводят к тому же дискретному уравнению, что и уравнение (3). Таким образом, при этом упрощении разрыв потенциала возмущения на пелене, как и возмущение поверхности самой пелены, фактически не учитываются. Условие Жуковского-Чаплыгина при этом будем использовать путем задания определенного направления возмущению вектора скорости на задней кромке — параллельного срединной поверхности лопатки.

При сверхзвуковом обтекании условие Жуковского-Чаплыгина выставлять не нужно, так как оно выполняется автоматически.

Граничные условия. На входной и выходной границах расчетной области должны быть заданы условия отсутствия возмущений на верхней и нижней поверхностях, а также на поверхности лопатки — условие непротекания. На боковых поверхностях должно быть задано условие циклической симметрии (в случае, если рассматривается изолированная лопатка, а не лопаточный венец). Кроме того, поскольку потенциал определен лишь с точностью до постоянного слагаемого, на входной поверхности для определенности положим его равным нулю. Поскольку здесь рассматривается упрощенный метод решения без учета возмущения вихревой пелены, должно быть явно задано условие Жуковского-Чаплыгина: на выходной кромке скорость газа должна быть параллельна срединной поверхности профиля. Математически эти условия выглядят так:

1. На Γ_{in} задается равенство нулю возмущения скорости,

$$\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0.$$

Из этого условия и из (2) также следует равенство нулю возмущений плотности и давления. Поскольку поверхности Γ_{in} , Γ_{out} представляют собой плоскости, перпендикулярные оси двигателя z , то эти условия эквивалентны равенствам

$$\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0.$$

2. На Γ_{top} , Γ_{bot} задается условие непротекания $\frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial s}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$, здесь $r=s(z)$ — уравнение соответствующей поверхности.

3. На Γ_1, Γ_2 — условия циклической симметрии возмущения:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{\Gamma_1} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{\Gamma_2}, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{\Gamma_1} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{\Gamma_2}, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{\Gamma_1} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{\Gamma_2}.$$

4. На поверхности лопатки задается условие непротекания. Пусть $\theta = u_0^+(r, z)$ — уравнения поверхности спинки и корыта лопатки, $\theta = u_1^+(r, z) \cdot e^{-i\omega t}$ —

заданная форма колебаний. Тогда можно показать, что условие непротекания запишется в виде

$$\frac{\partial u_0^+}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial u_0^+}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = i\omega u_1^+ - \frac{\partial u_1^+}{\partial r} w_{0r} - \frac{\partial u_1^+}{\partial z} w_{0z}.$$

Это равенство должно выполняться на спинке лопатки для индекса “+” и на корыте — для индекса “-”.

5. На Γ_{out} возмущение давления, а значит и плотности (2), равно нулю. Это условие записывается в виде

$$i\omega\varphi + w_{0r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + w_{0\theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + w_{0z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0.$$

6. При дозвуковом обтекании и решении задачи в упрощенной постановке на задней кромке должно быть выставлено условие Жуковского-Чаплыгина, выражающее то, что скорость газа параллельна срединной поверхности лопатки:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial(u_0^+ + u_0^-)}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{1}{2} \frac{\partial(u_0^+ + u_0^-)}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \\ = i\omega \frac{u_1^+ + u_1^-}{2} - \frac{1}{2} \frac{\partial(u_1^+ + u_1^-)}{\partial r} w_{0r} - \frac{1}{2} \frac{\partial(u_1^+ + u_1^-)}{\partial z} w_{0z}. \end{aligned}$$

Отметим, что благодаря линейности задачи все граничные условия выставляются на невозмущенных поверхностях и, таким образом, граница расчетной области неизменяема.

Постановка задачи о вынужденных колебаниях газа. Задается расчетная область: расположения поверхностей $\Gamma_{\text{in}}, \Gamma_{\text{out}}, \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_{\text{bot}}, \Gamma_{\text{top}}$, и форма поверхности лопатки $\theta = u_0^\pm(r, z)$. Из решения задачи об установившемся обтекании должны быть известны распределение вектора скорости \vec{w}_0 , плотности ρ_0 и скорости звука a_0 . Из решения задачи на собственные частоты и формы колебаний лопатки в вакууме должна быть известна проверяемая на флаттер форма колебаний лопатки $\theta = u_1^\pm(r, z)$ и ее частота ω .

Неизвестным во всей области является потенциал возмущения $\varphi(r, \theta, z)$, относительно которого решается уравнение (3). На границе области ставятся граничные условия, приведенные в предыдущем разделе.

Цель решения задачи — определение распределения возмущенного давления на поверхности лопатки, которое после определения потенциала находится по следующей формуле (см. (2) и уравнение адиабаты):

$$p = -\rho_0 \left(-i\omega\varphi + w_{0r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + w_{0\theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + w_{0z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right).$$

С помощью этого распределения далее можно найти работу давления на собственных колебаниях лопатки и по знаку этой работы установить наличие или отсутствие флаттера.

Выводы.

1. Для дозвуковых режимов работы компрессора или сверхзвуковых режимов с отсутствием ударных волн конечной интенсивности поставлена задача о расчете нестационарных аэродинамических сил, действующих со стороны газа на колеблющуюся лопатку. Доказано, что задача существенно

упрощается тем, что возмущение потока является потенциальным во вращающейся системе координат.

2. В работе используется упрощение, не учитывающее возмущение вихревой пелены, что верно для режимов работы компрессора, близких к расчетному. Метод может быть без труда распространен и на более общий случай, однако целесообразность этого может быть определена только после изучения влияния возмущения вихревой пелены на флаттер.
3. Полученное уравнение для потенциала возмущения вместе с граничными условиями может быть решено методом конечных разностей с использованием стандартных схем аппроксимации производных.
4. Результаты можно применить как для расчета изолированной лопатки (для прогноза классического флаттера), так и всего лопаточного венца (для прогноза решетчатого флаттера).

Summary

A method of numerical analysis of subsonic blade flutter is presented. It is based on computation of the work of unsteady aerodynamic forces applied to an oscillating blade (or bladed disk). It is proved that perturbation of the gas flow arising from the blade oscillations is potential in the rotating coordinate system. Linearized equations and boundary conditions for the perturbation potential have been obtained.

Keywords: blade flutter, blade oscillations, blade channel flow, aeroelasticity.

Резюме

Запропоновано метод чисельного аналізу дозвукового флаттера лопаток. Він базується обчисленні роботи несталих аеродинамічних сил, що діють на коливну лопатку (або лопатковий вінець). Доведено, що збурювання потоку газу, створюване коливаннями лопаток, є потенційним в обертовій системі координат. Отримано лінеаризовані рівняння та граничні умови щодо потенціалу збурювання.

Ключові слова: флаттер лопаток, коливання лопаток, плин у міжлопатковому каналі, аеропружність.

1. *Самойлович Г.С.* Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. - М.: Наука, 1969. – 444 с.
2. *Подобуев Ю.С., Селезнев К.П.* Теория и расчет осевых и центробежных компрессоров. - Л.: Mashgiz, 1957. – 392 с.
3. *Седов Л.И.* Механика сплошных сред. Т. 1. - М.: Наука, 1976. – 428с.