

цией при отсутствии МГД воздействия. В оптимальном варианте при МГД управлении получена наибольшая величина аэродинамической составляющей эффективной тяги. Но, из-за возникновения тормозящей аппарат магнитной силы, эффективная тяга для этого оптимального варианта оказывается все же меньше, чем для базового, неоптимизированного, варианта без магнитного поля. Эти исследования показали, что вопрос об эффективности МГД управления потоком в сложном сверхзвуковом газодинамическом устройстве может быть решен только путем совместного анализа течения во всех (внутренних и внешних) его элементах.

## Нелинейный высокочастотный флаттер пластин

**В. В. Веденеев**

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*  
 vasily@vedeneev.ru

В [1, 2] в линейной постановке исследовалась задача о флаттере пластины в сверхзвуковом потоке газа с использованием точной аэродинамической теории. Были получены два типа неустойчивости. Первая – неустойчивость связанного типа, при которой происходит взаимодействие двух собственных мод колебаний. Она хорошо описывается приближением поршневой теории и детально исследована в линейной и нелинейной постановках [3, 4]. Второй тип – одномодная неустойчивость, она не может быть получена с помощью поршневой теории, обычно используемой в задачах аэроупругости. В [1, 2] этот тип флаттера обнаружен впервые и назван высокочастотным. Цель настоящей работы – проанализировать высокочастотный флаттер в нелинейной постановке и оценить амплитуды возникающих при флаттере колебаний.

Уравнение Кармана нелинейных колебаний пластины в потоке газа в безразмерных переменных имеет вид (для простоты рассматривается двумерная задача):

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left( M_w^2 + \frac{K}{2L} \int_{-L/2}^{L/2} \left( \frac{\partial w(\xi)}{\partial \xi} \right)^2 d\xi \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P\{w\} = 0.$$

Здесь  $P\{w\}$  – давление, действующее на пластину, остальные члены имеют стандартную форму. Предположим, что только низшая

мода ( $w(x, t) = W_1(x)e^{-i\omega_1 t}$ ) линейно неустойчива ( $\text{Im } \omega_1 > 0$ ). Тогда вблизи границы устойчивости нелинейный прогиб  $w(x, t) = W_1(x)A_1(t)$ , и после преобразований члена, соответствующего давлению, уравнение для амплитуды принимает форму

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} - 2p_2(\omega) \frac{\partial A_1}{\partial t} + (\omega_{01}^2 - p_1(\omega))A_1 + Ka_{11}^2 A_1^3 = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\omega_{01}$  – низшая собственная частота пластины в вакууме,  $p_j(\omega)$  – члены, характеризующие давление,  $\omega$  – характерная частота. Особенность высокочастотного флаттера заключается в величине  $p_2(\omega)$ : она положительна при  $\omega''(M) < \omega < \omega'(M)$  и отрицательна в противном случае ( $M$  – число Маха). С помощью метода гармонического баланса уравнение (1) проанализировано аналитически и найдены его предельные циклы. Они имеют вид  $A_1(t) \approx C(M) \cos(\omega'(M)t)$ , то есть являются квазигармоническими. Амплитуда  $C(M)$  и частота  $\omega'(M)$  получены в явном виде. Проведены конкретные вычисления.

### Литература

1. В. В. Веденеев. Флаттер пластины, имеющей форму широкой полосы, в сверхзвуковом потоке газа // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 5. С. 155–169.
2. В. В. Веденеев. О высокочастотном флаттере пластины // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 2. С. 163–172.
3. E. Dowell. Panel flutter: a review of the aeroelastic stability of plates and shells // AIAA Journal. Vol. 8, № 3, pp. 385–399, 1970.
4. C. Mei, K. Abdel-Motagaly, R. Chen. Review of nonlinear panel flutter at supersonic and hypersonic speeds // Appl. Mech. Reviews. Vol. 52, № 10, pp. 321–332, 1999.