Комплексный анализ динамического поведения лопаток компрессора на этапе проектирования

Макаров П.В.^{1,2}, Колотников М.Е., Веденеев В.В.³, Абдухакимов Ф.А.³

¹ Производственный комплекс «Салют» АО «Объединенная двигателестроительная корпорация», г. Москва

² Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова, г. Москва

³ НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

e-mail: pvmakarov@ciam.ru

Статья посвящена проблеме обеспечения динамической прочности лопаток компрессора на этапе создания авиационного газотурбинного двигателя. Для сокращения длительной и дорогостоящей экспериментальной доводки лопаток компрессора поставлена задача о более детальном прогнозировании динамического поведения лопаток компрессора на стадии проектирования с использованием численного моделирования динамических процессов, вызывающих развитые колебания лопаток и приводящих к их усталостному разрушению. Проанализированы созданные подходы к прогнозированию вынужденных резонансных колебаний лопаток компрессора, а также условия возникновения флаттера лопаток. Описаны созданные методики и численные алгоритмы для решения указанных выше задач, сопоставлены результаты их использования с данными, полученными в экспериментах.

Ключевые слова: резонанс, флаттер, демпфирование, лопатка, компрессор, газотурбинный двигатель

Comprehensive analysis of compressor blades' dynamic behavior at the design stage

Makarov P.V.^{1,2}, Kolotnikov M.E., Vedeneev V.V.³, Abdukhakimov F.A.³

¹ Production complex "Salyut" JSC "UEC", Moscow

² CIAM, Moscow

³ Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow

The article is devoted to the problem of ensuring the dynamic strength of compressor blades during the creation of a jet gas turbine engine. In general, the dynamic strength of the compressor blades is studied by expensive and long-term experimental methods. We state the problem of more accurate prediction of the dynamic behavior of compressor blades at the design stage using numerical simulation of dynamic processes that cause blade oscillations and lead to their fatigue failure. The goal is the reduction of time-consuming and expensive experimental optimization of compressor blades. We develop the methods for predicting forced resonant oscillations of compressor blades as well as the conditions that lead to blade flutter. The created methods and numerical algorithms for solving the above-mentioned problems are described, and the calculation results are compared with the data obtained in experiments.

Keywords: resonance, flutter, damping, blade, compressor, gas turbine engine

Проблема колебаний лопаток компрессора. Обзор работ

Усталостные разрушения лопаток осевых компрессоров авиационных газотурбинных двигателей (ГТД), возникающие в процессе доводки двигателей, а иногда и в эксплуатации, являются одной из наиболее сложных проблем в задаче обеспечения прочности и надежности авиационных ГТД в целом. Усталостные разрушения лопаток обусловлены возникновением развитых колебаний лопаток по собственным формам, возбуждаемых аэроупругим взаимодействием между лопаткой и набегающим потоком воздуха. Неоднородность потока воздуха, влияющая на динамическое поведение лопаток, значительна главным образом в окружном направлении. Окружная неоднородность вызвана наличием расположенных по окружности преград, таких как лопатки направляющих аппаратов (HA) и стойки опор, отбором воздуха, формой воздухозаборника и т.д. Таким образом, набегающий на лопатки компрессора поток несет в себе широкий спектр возмущений, которые могут вызывать развитые колебания лопаток резонансного характера. В то же время такие колебания могут быть вызваны потерей аэроупругой устойчивости, т.е. возникновением флаттера лопаток.

Резонансные колебания. Как правило, на стадии проектирования конструктор не имеет достоверной информации о спектральном составе потока воздуха в компрессоре и мощности входящих в него гармоник, как и о возможном возбуждении автоколебаний лопаток потоком. Поэтому на данном этапе все мероприятия по обеспечению динамической прочности лопаток компрессора ограничиваются отстройкой в рабочем диапазоне частот вращения роторов (как правило, малый газ (МГ) – максимал (МАХ)) первых шести низших гармоник и гармоник, связанных с числом впереди и сзади стоящих лопаток НА и их разностью, от собственных частот колебаний лопатки. Результаты такой отстройки обычно отображаются на диаграмме Кэмпбелла (рис. 1).

Как видно по рис. 1, решить задачу отстройки далеко не всегда удается. Для данного примера возможны резонансы по первой форме колебаний на частотах вращения выше МГ с 3-й и 4-й гармониками общей окружной неравномерности, по второй форме колебаний с 5-й гармоникой в области максимальной частоты вращения и по высшим формам колебаний вблизи крейсерского режима с гармоникой, обусловленной числом лопаток входного направляющего аппарата (BHA). Ситуация усугубляется тем, что протекание частоты собственных колебаний в системе диск – лопатка по частоте вращения при сопоставимой жесткости лопаточного венца и диска также зависит и от числа узловых диаметров на рабочем колесе (PK), что увеличивает диапазон частот вращения роторов, где возможны резонансы.

Анализ результатов тензометрирования показывает, что в значительном количестве случаев кроме резонансов с конструктивно обоснованными гармониками амплитудный спектр динамических напряжений включает в себя взаимодействие конструктивно необоснованной гармоники или ряда гармоник с собственными формами колебаний. При таком характере возмущений оценить расчетным способом амплитуду динамических напряжений в колеблющейся лопатке с использованием существующих сегодня численных методов не представляется возможным, и эта работа должна выполняться экспериментальными методами на этапе доводки двигателя. Вместе с тем на этапе проектирования для резонансов с конструктивно обоснованными гармониками (в первую очередь, с гармониками, равными числу



Рис. 1. Диаграмма Кэмпбелла для рабочей лопатки второй ступени КНД (заливкой показано перемещение по соответствующим собственным формам колебаний)

впереди стоящих лопаток HA) попытку оценить уровень переменных напряжений на резонансном режиме сделать можно, поскольку по результатам расчета течений в межлопаточном канале можно оценить интенсивность аэродинамического возбуждения указанной гармоники.

Опубликовано сравнительно небольшое количество работ, посвященных определению амплитуды резонансных колебаний лопаток. Само явление резонанса в решетках турбомашин известно многие десятилетия [1]. Поскольку любая турбомашина состоит из чередующихся статорных и роторных деталей (лопаток и дисков), различают два типа внешних возбуждающих сил. Первая сила вызвана тем, что роторные лопатки при вращении поочередно проходят через аэродинамические следы, сходящие с впереди стоящих статорных лопаток, или через потенциальные аэродинамические неоднородности, вызванные сзади стоящими статорными лопатками. Частота возбуждающей силы $f = k\Omega$, где Ω – частота вращения ротора; кратность *k* – число впереди или сзади стоящих лопаток статора. Все вышесказанное также применимо и к лопаткам статора, возбуждающимся под действием аэродинамических неоднородностей, вызванных впереди или сзади стоящими лопатками ротора. Как правило, существенная амплитуда резонансных колебаний может проявиться только при кратностях возбуждения, соответствующих ближайшему статорному венцу (т.е. область влияния аэродинамических следов не распространяется далее ближайшего РК), что облегчает предварительный анализ потенциальных резонансных режимов с помощью диаграммы Кэмпбелла.

Второй тип внешнего возбуждения – входная (или же в случае последней ступени газовой турбины – выходная) окружная неравномерность потока. Она может быть вызвана косым обтеканием воздухозаборника двигателя, несимметричностью конструкции воздухозаборника, выдвижением защитных сеток и клина воздухозаборника, наличием крупных и несимметричных по окружности и толщине стоек ВНА. В настоящей работе данный тип резонансов не рассматривается.

Помимо резонансов, вызванных следами или входной окружной неравномерностью, возможны и другие типы возбуждения. Так, в [2] рассмотрено несинхронное возбуждение лопаток, вызванное вихрями, образующимися в торцевом зазоре между лопатками ротора и корпусом. Показано, что такое явление может быть смоделировано численно только в модели, содержащей полные венцы ротора и статора. Однако такие типы резонансов являются единичными явлениями и далее не рассматриваются.

Наиболее простой задачей является определение потенциальных резонансных режимов. Для этого строится диаграмма Кэмпбелла, на которой отмечаются пересечения собственных частот колебаний лопаток с соответствующими кратностями частоты вращения. Обычно таких потенциально резонансных режимов очень много, особенно в случае гибких дисков, «размножающих» спектр собственных частот лопаток кратно числу узловых диаметров [1]. Однако далеко не все из этих резонансных режимов реализуются на практике. Резонансные колебания не возбудятся, если возбуждающая их сила будет ортогональна возбуждаемой форме колебаний. В отечественной практике проектирования двигателей фактические резонансные режимы определяются, как правило, только в процессе испытаний. Это связано с тем, что до сих пор в России отсутствуют надежные методики расчета амплитуды вынужденных резонансных колебаний. Разработка и валидация такой методики позволила бы сократить время и стоимость проектирования и доводки компрессоров и энергетических турбин.

Необходимый шаг для расчета резонансных колебаний лопаток – расчет нестационарного поля давления, действующего на роторные лопатки при их прохождении через следы от лопаток статора (или наоборот). Базовые представления об аэродинамических следах и их искажении последующим роторным венцом были известны еще в середине XX века [3]. Однако аналитические и полуаналитические подходы не позволяют получить адекватную оценку воздействия на реальные лопатки в связи с их сложной формой и существенно трехмерным обтеканием. Численные расчеты нестационарной аэродинамики турбомашин в полностью трехмерной постановке также ведутся уже почти 40 лет [4], и с тех пор их качество значительно выросло. Поэтому здесь будут рассмотрены только работы, где помимо газодинамических параметров учитывается упругость лопаток и определяется их отклик на возбуждающие нестационарные газодинамические поля.

Отметим, что имеется большое количество публикаций – работ чисто экспериментального плана, где эмпирически исследовано влияние различных факторов на амплитуду вибраций лопаток. Данные работы не рассматриваются в настоящем обзоре.

Первые расчеты вынужденных колебаний лопаток турбомашин проводились еще в 1960-х годах. Тогда был разработан метод вычисления нестационарных аэродинамических сил, действующих на лопатку ротора, в предположении о квазидвумерности и об автомодельности следа лопатки статора [3]. Несмотря на целый ряд упрощающих предположений о характере нестационарного течения и о модели лопатки, данные расчеты позволили выявить конструктивные факторы, обуславливающие высокий уровень резонансных напряжений лопатки РК первой ступени КНД от следов ВНА, и одновременно исключить слабо влияющие факторы. Хотя получаемые в расчетах амплитуды напряжений не сравнивали с экспериментальными данными, в тех работах было важно относительное изменение напряжений при варьировании конструкции лопаток, в результате чего были предложены конкретные конструктивные решения для снижения уровня резонансных напряжений.

В работе [5], выполненной под руководством известного специалиста по аэроупругости турбомашин проф. А. Бёлькса, численно исследовано влияние расстройки частот лопаток ротора на границу флаттера и на вынужденные резонансные колебания. Также изучено влияние аэродинамической связанности лопаток. Рассмотрены два объекта: экспериментальный одноступенчатый трансзвуковой компрессор и экспериментальная одноступенчатая турбина. При решении задачи о вынужденных колебаниях лопаток компрессора в качестве внешнего возбуждения рассмотрена сила, вызывающая при статическом приложении отклонение кончика лопатки на 1 мкм [5, с. 67]. Таким образом, эта сила находилась не из аэродинамических следов за лопатками статора, а задавалась искусственно. Как показали расчеты, расстройка не всегда снижает резонансный отклик: его амплитуда, в зависимости от способа расстройки частот, может как увеличиваться [5, с. 73], так и уменьшаться [5, с. 75] (см. также [5, с. 81] для стохастической расстройки частот лопаток).

При анализе вынужденных колебаний одноступенчатой турбины в [5] внешняя сила была рассчитана в следующей постановке: сначала рассчитывалось стационарное обтекание изолированного соплового аппарата (СА) вязким турбулентным потоком, затем выходное поле СА принималось как входное поле изолированного РК, нестационарное обтекание которого рассчитывалось в рамках трехмерных уравнений Эйлера. Сравнение рассчитанных и измеренных амплитуд резонансного отклика расстроенного РК [5, с. 94–95] показывает удовлетворительное соответствие.

Как правило, в аэроупругости турбомашин явление резонанса, как вынужденных колебаний, и явление флаттера, как автоколебаний, рассматривают отдельно. В работе [6] использовали другой подход: проводили прямое численное моделирование обтекания СА и РК, причем лопатки РК были упругими и колебались под действием периодических следов лопаток СА. Такой расчет позволяет исследовать резонанс и флаттер одновременно. Вместе с тем, по мнению авторов настоящей работы, прямое численное моделирование малоэффективно, поскольку при возникновении вибраций с высокими амплитудами не позволяет установить их природу и выявить эффективные способы их подавления. Сравнений полученных амплитуд с экспериментальными или другими расчетными данными в [6] не проводили.

Эффективный расчет амплитуды резонансных напряжений в российском двигателестроении продемонстрирован в [7]. В квазидвумерной постановке проводили расчет нестационарных газовых сил, действующих на лопатку РК, от следов впереди стоящего СА. Полученные распределения давления проецировали на форму собственных колебаний для получения обобщенной аэродинамической силы. Полученные в результате расчетные резонансные напряжения [7, с. 285] по некоторым формам соответствуют экспериментальным данным [7, с. 274], по некоторым – нет, но всегда находятся в пределах того же порядка значений. Различие может быть вызвано как неопределенностью коэффициента демпфирования лопатки по данной форме колебаний, так и возможным различием распределения амплитуд напряжений при колебаниях по данной форме между расчетом и экспериментом.

В работе [8] численно исследованы вынужденные колебания лопаток РК одноступенчатой турбины под действием следов лопаток СА. В экспериментальном образце ступень состоит из 43 статорных и 64 роторных лопаток, для расчетов это число изменено: 42 статорных и 63 роторных лопатки. Очевидно, что это не повлияет значительно на результат расчета, при этом достаточно смоделировать 1/21 часть полных венцов. Также, чтобы изучить влияние изменения количества лопаток, рассмотрена модель с 40 и 60 лопатками СА и PK соответственно. Расчет проводили в квазидвумерной постановке, с моделированием газодинамики в трех сечениях: 20, 50 и 80% высоты пера лопатки. Полученные нестационарные поля давлений показали удовлетворительное соответствие эксперименту (рис. 3 работы [8]). Для переноса поля давления в упругий решатель учитывали только комплексную гармонику Фурье, соответствующую частоте прохода лопаток СА. Сравнение амплитуды отклика лопатки с экспериментальными данными (рис. 10 работы [8]) показало хорошее соответствие результатов.

В серии работ [9–11] рассматривали расчет вынужденных колебаний роторных лопаток компрессора среднего давления под действием окружной неравномерности потока, вызванной кратностью семи числа стоек средней опоры, расположенных сразу за рассматриваемым РК. Расчет нестационарного поля давления проводили прямым численным моделированием полных окружностей нескольких статорных и роторных венцов. После этого определяли амплитуду гармоники колебаний, обусловленной исследуемой кратностью, интерполировали ее на упругую модель лопатки, в которой определяли амплитуду резонансных напряжений. Рассмотрены способы снижения амплитуды резонансных колебаний. Сравнений с экспериментальными данными в этих работах не проводили.

Исследование резонанса с гармоникой, обусловленной кратностью количеству ближайших статорных лопаток, применительно к центробежному компрессору описано в [12]. Следы рассчитывали в нестационарном CFD-расчете, после чего проводили анализ гармонического отклика. Основной упор в этой работе делали на эффект рабочей среды: углекислый газ и воздух. И в эксперименте, и в расчете амплитуда колебаний при обтекании углекислым газом оказалась примерно в два и более раз ниже, чем при обтекании воздухом. Однако рассчитанная амплитуда во всех случаях была на 38...100% выше, чем в эксперименте. Таким образом, разработанная методика позволяет лишь качественно прогнозировать амплитуды резонансных колебаний.

Аналогичный подход использовался в работе [13]. Для анализа флаттера проводили расчет нестационарного обтекания лопаток, колеблющихся по собственным формам. Для анализа резонанса от следов впереди и сзади стоящих статорных лопаток рассчитывали нестационарное обтекание. Для расчета упругости использовали открытый FEM-код CalculiX, для расчета обтекания – внутренний CFD-код TRAF. Результаты сравнивали с экспериментальными измерениями в рамках проекта Future, они показали хорошее соответствие.

Из представленного обзора литературы видно, что работы, в которых количественно оценивали амплитуду резонансных колебаний и эта оценка показала хорошее соответствие данным эксперимента, в настоящее время единичны. Таким образом, весьма актуальной является разработка инженерных методов оценки резонансных амплитуд на этапе проектирования двигателя.

Автоколебания (флаттер). Возникновение флаттера в рабочих колесах компрессоров современных ГТД становится одной из основных проблем в процессе создания двигателей. Вплотную конструкторы авиационных двигателей столкнулись с проблемой флаттера лопаток во второй половине XX века при испытаниях высоконапорных осевых компрессоров и вентиляторов двухконтурных двигателей. Исследованию данной проблемы посвящено большое количество работ как отечественных, так и зарубежных ученых [14-24]. Вместе с тем в настоящее время не созданы универсальные методы, позволяющие на стадии проектирования двигателя надежно прогнозировать условия возникновения флаттера компрессорных лопаток и отстройки от него во всей области рабочих режимов двигателя. Обычно области возникновения флаттера различной природы отображаются на карте рабочих режимов компрессора в виде различных схем, которые предложены разными исследователями и в целом близки между собой [14-20]. В качестве примера рассмотрим схему на рис. 2, предложенную в [15].

Приведенная схема наглядно иллюстрирует, что часть областей возможного возникновения флаттера в рабочих колесах компрессоров лежит либо вблизи помпажной границы, либо существенно ниже линии рабочих режимов компрессора. Течение воздуха в межлопаточных каналах при работе в этих зонах является нестационарным, с большим количеством срывов потока. Однако зоны, ограниченные линиями 3, 4 и 6, а по результатам последних исследований и линией 2 [21],



Рис. 2. Карта режимов работы компрессора согласно [15]:
1 – линия помпажа; 2 – дозвуковой срывной флаттер;
3 – граница (ожидаемая) изгибно-крутильного флаттера;
4 – сверхзвуковой безотрывный флаттер, вызванный
скачками уплотнения; 5 – сверхзвуковой срывной флаттер;
6 – сверхзвуковой безотрывный флаттер;
7 – флаттер запирания; 8 – линия рабочих режимов

предполагают возникновение флаттера лопаток вблизи линии рабочих режимов в условиях их безотрывного обтекания. Разработанные в настоящее время вычислительные CFD-комплексы (Ansys CFX, Star-CCM, Ansys Fluent, FlowVision и др.) позволяют довольно точно рассчитывать параметры течения воздуха в межлопаточных каналах лопаток компрессоров и вентиляторов при их работе вблизи линии рабочих режимов, где течение носит безотрывный характер. Для этапа проектирования компрессоров и вентиляторов современных ГТД наиболее важно обеспечить гарантированную отстройку от возможного появления флаттера рабочих лопаток при работе компрессора или вентилятора на линии рабочих режимов с требуемыми запасами, что позволит экспериментально проверить получение требуемых характеристик создаваемого компрессора. В зоне помпажной границы и других зонах срывного обтекания динамическое состояние лопаток компрессоров и вентиляторов, как правило, определяют экспериментальными методами на стадии доводки компрессоров по исследованию их параметров и динамической прочности.

Рассмотрим основные методы прогнозирования флаттера лопаток. Для того чтобы оценить в первом приближении возможность возникновения флаттера, при проектировании ранее использовали упрощенные критерии флаттера (число Струхаля, изгибно-крутильная связанность, угол атаки, число Маха и т.п.), основанные на опыте, накопленном при конструировании двигателя и его доводке [14; 25; 26]. Однако различие предельных значений указанных критериев, их варьирование разными конструкторскими бюро применительно к разным изделиям, а также более детальные расчеты убедительно показывают несостоятельность этих критериев. Более точные результаты дает статистический метод [22; 24], основанный на обработке результатов большого числа проведенных испытаний и прогнозировании на их основе флаттера лопаток новых компрессоров. Вместе с тем, поскольку сравнительно новые типы компрессоров (блисковые РК с широкохордными лопатками) слабо покрывает статистика испытаний, набранная до 2000-х годов, сделать какой-либо прогноз на основе статистического метода невозможно.

Другим методом прогнозирования флаттера лопаток является частотный метод, основанный на вычислении собственных частот колебаний связанной системы поток – лопатка [14; 19]. Критерием возникновения флаттера при таком подходе является положительность вещественной (или мнимой – в зависимости от определения комплексной частоты) части собственной частоты. Однако возникающая при этом задача вычисления комплексных собственных значений несимметричных матриц требует больших вычислительных ресурсов. Частотный метод и его вариации использованы в работах [27–33]. влияние на границы флаттера. Был рассмотрен случай дозвукового течения и сверхзвукового с дозвуковой зоной у передней кромки. Расчеты проводили с учетом конструкционного демпфирования. Было указано, что конструкционное демпфирование оказывает стабилизирующее воздействие, исключение составляют области слабой устойчивости. В работе [29] изучено влияние угла стреловидности лопатки вентилятора на границы флаттера. Было получено, что при малых углах флаттер возникает по крутильным формам колебания лопаток, в то время как при увеличении стреловидности наблюдается неустойчивость по изгибным формам. Воздействие скачка уплотнения на флаттер исследовали в [30]. Рассматривали как сверхзвуковой режим течения, так и трансзвуковой. Показано, что нестационарные силы, обусловленные движением скачков уплотнения, существенно влияют на границы флаттера. При этом данное воздействие является стабилизирующим или дестабилизирующим в зависимости от структуры скачка уплотнения, приведенной частоты колебания лопатки, числа Маха и фазового угла. В исследовании [31] приведены параметры, существенно влияющие на границы флаттера лопаток вентилятора, и параметры, не оказывающие воздействия. Рассмотрены различные параметры, в том числе взаимодействие мод, угол установки лопаток, фазовый угол, число Маха и конструкционное демпфирование. В работе [33] на примере каскада пластин исследовали эффект расстройки частот на границу флаттера. Показано, что в рассмотренной конфигурации стабилизация происходит только при очень сильной, 20-процентной, расстройке частот, в то время как меньшая расстройка практически не влияет на спектр комплексных собственных частот системы каскад – поток. Проблеме прогнозирования флаттера посвящены также работы, где применен прямой метод расчета

В [27] показано, что взаимодействие изгибной и кру-

тильной форм колебания лопатки оказывает сильное

(например, [34–36]), суть которого заключается в моделировании движения во времени связанной системы лопатка – поток. При этом численные расчеты также требуют значительных вычислительных ресурсов. В [34] результаты расчета прямым методом сравнивали с результатами расчета частотным методом. Лопатки рассматривали как двухстепенные модели. Было получено хорошее соответствие результатов. В работе [36] рассмотрен способ уменьшения количества необходимых расчетов как для прямого, так и для частотного метода, результаты продемонстрированы на широкохордной лопатке компрессора.

Наконец, в работах [37–49] применяется энергетический метод, основанный на вычислении работы, совершаемой аэродинамическими силами на поверхности лопатки, гармонически колеблющейся по собственной форме, за период колебаний. Энергетический метод предполагает, что газовый поток не оказывает влияния на форму и частоту колебаний лопаток, что справедливо в подавляющем большинстве случаев; исключение составляют легкие лопатки, собственные формы колебаний которых изменяются под действием потока. Примеры, когда энергетический метод приводит к неверному прогнозированию, представлены в работах [50; 51]. Однако на практике такие случаи редки, и в настоящее время энергетический метод является основным для прогнозирования флаттера реальных лопаточных венцов. Например, в работах [46; 47] исследовано влияние конструктивных параметров конкретных лопаток на границу флаттера. В работе [48] проанализировано влияние соседних лопаточных венцов на границу флаттера рабочего колеса. Получено хорошее соответствие расчетов результатам измерений, и показано, что соседние венцы при определенных условиях могут влиять на границу флаттера. В [49] проанализировано влияние надроторных устройств на аэродинамическую и аэроупругую устойчивость рабочего колеса.

На основе анализа различных подходов в настоящей работе в качестве основного выбран энергетический метод прогнозирования флаттера в рабочих лопатках компрессоров и вентиляторов ГТД. Исследована возможность использования этого метода, реализованного в 3D-постановке.

Резонанс, вызванный следами впереди (или сзади) стоящих лопаток направляющего аппарата

Методика проведения расчетов. На рис. 3 приведена структурная схема реализации предлагаемого авторами подхода. Расчеты выполняются в программных кодах Ansys Mechanical и Ansys CFX. Предполагается, что к моменту проведения расчета аэродинамический расчетный проект компрессора уже выполнен. В первую очередь проводится стандартный расчет собственных частот и форм колебаний лопатки выбранной ступени, строится диаграмма Кэмпбелла и определяются потенциально опасные режимы работы компрессора, где возможны резонансы с гармоникой, обусловленной числом лопаток впереди (или сзади) стоящего НА. На каждом выбранном режиме выполняется расчет установившегося течения воздуха в компрессоре. Далее выделяется аэродинамическая модель: РК и НА перед (или за) РК (в зависимости от того, какой кратностью обусловлен рассматриваемый резонансный режим). Граничные условия на входе и выходе интерполируются из результатов полного расчета компрессора. После этого выполняется расчет установившегося течения воздуха на выбранном режиме и выбранном участке статор – ротор

(или ротор – статор). В результате расчета получаем распределение в расчетной области скорости, статической температуры, статического и полного давлений. Далее выполняется расчет неустановившегося течения в осевом зазоре без осреднения в окружном направлении. Данный расчет учитывает прохождение рабочей лопатки через аэродинамические следы лопаток впереди (или сзади) стоящего НА. Расчет проводится с использованием режима transient blade row, позволяющего учитывать влияние следов при расчете лишь одного межлопаточного канала. Если отношение числа лопаток РК к числу лопаток НА близко к единице, то применяется метод time transformation.

В случае, когда отношение числа лопаток РК к числу лопаток НА сильно отличается от единицы, необходимо применять метод Fourier transformation. В результате расчета неустановившегося течения без осреднения в осевых зазорах НА – РК вычисляется действующая на лопатку периодическая аэродинамическая нагрузка, связанная с прохождением через аэродинамические следы впереди (или сзади) стоящих лопаток НА. Определенная таким образом периодическая нагрузка приводит к возбуждению вынужденных колебаний лопаток, которые могут иметь большую амплитуду в резонансном случае – при совпадении частоты прохождения следов с частотой собственных колебаний лопаток. Важно, что определяющей в амплитуде резонансных колебаний является синусоидальная часть периодической нагрузки, с частотой равной частоте прохождения лопаток (т.е. первые sin- и cos-гармоники ряда Фурье), в то время как более высокие гармоники разложения периодической нагрузки в ряд Фурье оказывают пренебрежимо малое влияние.

Вычисления среднего за период значения давления и вычисление первых cos- и sin-коэффициентов ряда Фурье проводится по формулам

$$c_{0}(x, y, z) = \frac{1}{T} \int_{t_{0}}^{t_{0}+T} p(x, y, z, t) dt ;$$

$$c_{\cos}(x, y, z) = \frac{2}{T} \int_{t_{0}}^{t_{0}+T} p(x, y, z, t) \cos(2\pi t / T) dt ;$$

$$c_{\sin}(x, y, z) = \frac{2}{T} \int_{t_{0}}^{t_{0}+T} p(x, y, z, t) \sin(2\pi t / T) dt .$$

Для вычислений данных коэффициентов написан специальный макрос. В результате работы этого макроса вычисляются распределения по поверхностям спинки и корыта среднего за период значения давления и первых гармоник ряда Фурье.

При определении амплитуды вынужденных колебаний лопатки как упругого тела общепринятым является решение задачи в частотной области. Это предполагает, что лопатка уже статически деформирована под действием стационарной составляющей внешней силы и на нее действует только заданное нестационарное внешнее





давление, которое является синусоидальным с заданной частотой (при этом фаза давления может быть разной в различных точках поверхности лопатки). После задания пространственного распределения амплитуды и фазы давления на поверхности лопатки, определяющего возбуждающее аэродинамическое воздействие на лопатку, ее частота изменяется в окрестности собственной частоты колебаний в диапазоне ± 5%. При каждой заданной частоте определяется максимальное перемещение (или динамическое напряжение) в некоторой точке лопатки, характерной для возбуждаемой собственной формы колебаний лопатки, в результате чего строится амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) – график зависимости максимального перемещения или напряжения в лопатке от частоты внешнего нагружения. Максимум на этом графике соответствует амплитуде резонансных колебаний. При отсутствии демпфирования амплитуда резонансных колебаний не ограничена (равна бесконечности), поэтому при ее расчете необходимо задать конструкционное и по возможности аэродинамическое демпфирование.

Расчет вынужденных колебаний лопатки и вычисление амплитуды осуществляется в среде Ansys Mechanical APDL, для чего написана специальная программа интерполяции полученных распределений давления с аэродинамической сетки на сетку упругой КЭ-модели. Отметим, что среднее значение давления, определенное по результатам аэродинамического расчета, игнорируется, так как оно влияет только на статическую деформацию лопатки, при этом считается, что эта нагрузка пренебрежимо мала по сравнению с центробежной и температурной нагрузками. Чтобы вычислить амплитуду резонансных колебаний лопатки компрессора, проводится гармонический анализ. При этом учитывается конструкционное и аэродинамическое демпфирование. Чтобы иметь возможность задавать коэффициент



демпфирования как функцию моды, применяется метод суперпозиции мод.

Результаты расчетов. С использованием изложенного подхода рассчитана амплитуда резонансных колебаний бандажированных лопаток РК первой ступени КНД. На рис. 4 приведен фрагмент диаграммы Кэмпбелла для этого колеса, из которого следует, что в районе частоты вращения 80% возможен резонанс по одной из форм колебаний с 23-й гармоникой, обусловленной числом впереди стоящих лопаток ВНА.

На рис. 5 показано полученное в нестационарном расчете мгновенное распределение скорости и давления в неподвижной системе координат на цилиндрической поверхности радиуса 0,3 м, что приблизительно соответствует среднему сечению лопатки РК. В аэродинамических следах за лопатками ВНА статическое давление



Рис. 5. Распределение скорости, полного и статического давления, полученное в нестационарном расчете в неподвижной системе координат

Объект, материал	Диапазон амплитуд напряжений, МПа	Первая изгибная форма	Вторая изгибная форма	Первая крутильная форма				
HODDOG CTUTION KDI GRUCK DTO 1	14,749,0	0,0150,025	-	_				
первая ступень код, олиск, вто-т	29,498,1	_	0,00120,0025	_				
Шестая ступень КВД, ВТ8	24,578,5	0,0020,0045	-	_				
HODDOG CTUTIOUN KDI DTOM 1	39,2137,3	0,0010,008	-	_				
первая ступень код, втом-т	11,839,2	_	0,00350,0040	-				
Третья ступень КВД, ВТЗ-1	34,3117,7	0,0010,006	-	_				
	39,25117,7	0,0010,008	-	_				
Четвертая ступень КНД, ВТЗ-1	29,498,1	_	0,00250,006	—				
	14,753,9	—	-	0,00060,0018				
Третья ступень КВД, ЭП718ИД	44,1147,1	0,00080,002	-	—				
Шестая ступень КВД, ЭП718ИД	58,8127,5	0,0020,005	-	—				
	14,753,0	0,0040,0094	-	_				
Первая ступень КНД, блиск, ВТ8-1	2,910,8	_	0,0180,039	-				
	17,760,8	_	_	0,00170,0045				

Таблица. Результаты экспериментального определения логарифмического декремента колебаний рабочих лопаток компрессора

практически не возмущено (что согласуется с постоянством давления внутри тонких сдвиговых слоев); возмущения скорости и полного давления отчетливо различимы. Следы из домена, соответствующего тракту ВНА, проходят во вращающийся домен РЛ первой ступени (черной линией показана граница между доменами).

Рассматриваемая рабочая лопатка первой ступени КНД имеет антивибрационную полку, расположенную примерно на 1/3 высоты пера от торца лопатки. Выполненный модальный анализ показал, что 23-й гармоникой возбуждается одна из высших собственных форм колебаний, для которой наибольшие амплитуды колебаний наблюдаются в надполочной части пера, а вблизи полки они практически равны нулю. Эту форму можно в первом приближении рассматривать как первую изгибную форму колебаний надполочной части с заделкой по полке. Для вычисления амплитуды резонансных колебаний лопатки по указанной форме необходимо было указать коэффициент демпфирования, соответствующий этой форме колебаний и условиям закрепления. Определение коэффициента демпфирования для каждой формы колебаний лопатки и условий ее закрепления является самостоятельной сложной задачей.

Чтобы оценить возможный диапазон параметров конструкционного демпфирования лопатки при разных амплитудах колебаний и способах закрепления, была проведена серия экспериментов в лабораторных условиях, в процессе которых методом АЧХ и методом затухающих колебаний определяли логарифмические декременты колебаний (ЛДК) различных лопаток компрессора из титановых сплавов и жаропрочных сталей (таблица).

Лопатки были изготовлены из различных материа-

лов, имели разные размеры и конструкцию хвостовиков. Возбуждение колебаний лопаток осуществляли с помощью электродинамического вибростенда, лопатки защемляли по хвостовикам в специальных приспособлениях. Для имитации действия центробежных сил в хвостовиках последние подпирали болтом с соответствующим усилием. При возбуждении колеса-блиска все лопатки, кроме испытуемой, демпфировали резиновым жгутом. Известно, что при малых ЛДК коэффициент демпфирования (δ) связан с ЛДК простым соотношением:

 $\zeta = \delta/2\pi.$

В связи с тем, что не был известен ЛДК исследуемой лопатки КНД первой ступени на рассматриваемой форме колебаний, при вычислении амплитуды в точке





максимальных динамических напряжений на лопатке в условиях резонанса с 23-й гармоникой был выбран коэффициент демпфирования $\delta = 0,003...0,004$, принятый по результатам испытаний лопатки четвертой ступени КНД, наиболее близкой из испытанных по размерам, материалу и конструкции. В результате расчета получено, что амплитуда перемещений уменьшается при повышении логарифмического декремента приблизительно как $1/\delta$ (рис. 6), что соответствует теоретическим представлениям.

Расчетная максимальная амплитуда резонансных напряжений (форма 10), МПа

$\delta = 0,001$			•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	2	72,3
$\delta = 0,002$					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•			•	•	•		•			•	1	36,4
$\delta = 0,003$					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•			•	•	•		•			•	•	91,0
$\delta = 0,004$													•					•				•								68,4
$\delta = 0,005$					•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•			•	•	•		•			•	•	54,7
$\delta = 0,010$													•																	27,6

При заданном коэффициенте демпфирования расчетная амплитуда максимальных динамических напряжений находится в диапазоне $\sigma_{max} = 68, 4...91, 0$ МПа (рис. 7). Полученная при тензометрировании амплитуда максимальных динамических напряжений в лопатке на этом режиме составила $\sigma_{max \ изм} = 79, 7$ МПа. Таким образом, получена близость экспериментальных и теоретических результатов.

В общем случае погрешности в прогнозе максимальной амплитуды резонансных напряжений могут



Рис. 7. Распределение напряжений при колебаниях по рассматриваемой форме (δ = 0,004)

быть обусловлены погрешностями в задании коэффициента демпфирования, включающего конструкционную и аэродинамическую составляющие. В данном случае аэродинамическое демпфирование не учитывали, поскольку для замковых бандажированных лопаток основную роль играет конструкционное демпфирование.

В случае блисковых колес, в которых конструкционное демпфирование мало, аэродинамическое демпфирование может быть такого же порядка или на порядок больше конструкционного. Расчет аэродинамического демпфирования проводится путем вычисления работы аэродинамических сил на периоде колебаний методом, описанным в следующем параграфе, после чего логарифмический декремент вычисляется следующим образом:

$$\delta = \frac{-\Delta E}{\rho \omega^2 \int\limits_V \overline{\phi}^2 dV}$$

где $\overline{\phi}$ – собственная форма колебаний лопатки; ρ – плотность материала лопатки; ω – круговая частота колебаний.

Предложенная методика прогнозирования амплитуды резонансных динамических напряжений в рабочих лопатках от следов лопаток впереди стоящего НА может быть без каких-либо изменений применена для прогнозирования резонанса от лопаток сзади стоящего направляющего аппарата.

Прогнозирование условий возникновения флаттера в рабочих колесах компрессоров

Методика проведения расчетов. В настоящей работе будем исходить из предположения о том, что влияние потока на собственные формы и частоты колебаний лопатки невелико.

Запишем уравнение изменения кинетической энергии лопатки в системе координат, связанной с вращающимся диском:

$$dE(t)/dt = A(t), \tag{1}$$

где E(t) – суммарная кинетическая энергия; A(t) – мощность всех внутренних и внешних сил.

В пренебрежении конструкционным демпфированием лопатки и вязким трением потока работа совершается лишь силами давления, распределенными по поверхности лопатки. Тогда изменение кинетической энергии за период колебаний определяется так:

$$\Delta E = W = \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{S} \vec{p}(x, y, z, t) \vec{\upsilon}(x, y, z, t) ds dt , \qquad (2)$$

где $T = 1/\omega$ — период колебаний лопатки (ω — частота колебаний); S — поверхность лопатки; \vec{p} — вектор давления в потоке; $\vec{\upsilon}$ — скорость движения точек лопатки.



Рис. 8. Модели одной, трех и пяти подряд стоящих лопаток

Поскольку влияние потока на колебания мало, то работа, совершаемая на истинных (усиливающихся или затухающих) колебаниях лопатки в потоке, мала:

$$|W| \ll 0 \tag{3}$$

и отличается от работы, совершаемой на колебаниях постоянной амплитуды, на величину второго порядка малости. Детально методика проведения расчетов изложена в [37; 38].

Таким образом, предлагаемый подход состоит в определении интегральной величины работы, совершаемой нестационарным давлением на заданных перемещениях лопатки за один цикл колебаний. Критерием неустойчивости к флаттеру является неравенство

$$W > 0, \tag{4}$$

что соответствует положительной работе, совершаемой силами давления на периоде собственных колебаний лопатки.

Процедура вычисления работы нестационарных сил давления базируется на газодинамическом расчете всего компрессора (вентилятора) на этапе аэродинамического проекта. Рассматривается конечно-объемная модель газодинамического тракта одного, трех или пяти подряд стоящих профилей рабочих лопаток одной ступени (рис. 8). Для нестационарного расчета обтекания профилей используются граничные условия на входе и выходе данного РК из стационарного газодинамического расчета всего компрессора (вентилятора) с осредненными по окружности параметрами. Осреднение параметров проводится, чтобы исключить влияние аэродинамических следов направляющих аппаратов (резонансных колебаний). При этом каждому профилю задаются перемещения для соответствующей расчетной формы колебаний РК с определенным значением узловых диаметров (сдвигом фаз колебаний между соседними лопатками):

$$\vec{u}(x, y, z, t) = A\sin\omega t (L_n(x, z)),$$
(5)

где A и ω – амплитуда и частота колебаний лопатки; $L_n(x, z)$ – интерполяционный многочлен Лагранжа деся-

той степени, построенный для собственной формы колебаний (с помощью этого многочлена происходит передача рассчитанной формы колебаний в программный пакет для CFD-анализа).

Для задания вперед бегущей волны деформаций, присущей решетчатому флаттеру, для соседних с центральной лопаткой профилей учитываются соответственно запаздывания $sin(\omega t - \alpha)$ и опережения $sin(\omega t + \alpha)$ по времени изменения амплитуд колебаний в соответствии с характерным для данного числа узловых диаметров сдвигом фаз [23]. На границах расчетной области, сопрягаемых с соседними лопатками, задавалось условие циклической симметрии. Как показали исследования, для корректного моделирования бегущей по колесу волны и расчета работы сил давления на центральной лопатке достаточно использования трехлопаточной модели (см. рис. 8).

В соответствии с изложенной методикой процедура расчета на флаттер разбивается на следующие этапы:

 расчет собственных частот и форм колебаний и построение интерполяционных многочленов для каждой формы;

2) расчет стационарного течения в компрессоре;

 нестационарный расчет течения при колебаниях лопаток (поверхности газодинамической сетки) по заданной собственной форме;

4) вычисление работы нестационарных сил давления (2) и проверка критерия (4).

Пункты 3 и 4 выполняются для каждой формы колебаний, потенциально неустойчивой к флаттеру. Работа вычисляется на последнем из нескольких просчитанных периодов колебаний лопатки, когда отклик потока на колебания лопатки становится чисто гармоническим и устойчивым. Как показано в работах [37; 38], трех периодов колебаний достаточно для получения гармонического отклика.

Расчеты собственных частот и форм колебаний выполняются в программном пакете Ansys Mechanical, газодинамические расчеты – в пакете Ansys CFX. Решаются уравнения Навье – Стокса, осредненные по Рейнольдсу, с моделью турбулентности *k*–є. Для построения



Рис. 9. Собственные низшие формы колебаний рабочего колеса второй ступени КНД с зазором (*a*) и натягом (*б*) по бандажным полкам

интерполяционных многочленов и вычисления работы сил давления было создано специализированное программное обеспечение.

Исследование сходимости и влияния параметров численного решения проводилось на модели одной лопатки консольной ступени [37; 38; 47]. Варьирование рассмотренных параметров модели (вычисления с двойной точностью и максимальной невязкой, уменьшение шагов вычисления по времени, увеличение вычисляемых периодов колебаний, варьирование угла атаки в пределах допусков, изменение амплитуды колебаний лопатки и увеличение контрольных объемов расчетной сетки) качественно не изменило результаты расчета. К некоторому количественному изменению результатов привело изменение параметров сетки, при этом знак совершаемой работы не изменился.

Результаты расчетов. Разработанный и подробно изложенный в [37; 38] метод расчета был использован для анализа нескольких объектов. Рассмотрим анализ причин обрыва в эксплуатации рабочих лопаток второй ступени КНД. Анализ аварийного РК показал, что возможной причиной обрыва лопаток является потеря натяга по антивибрационным полкам, приводящая к появлению развитых колебаний лопаток с высоким уровнем высокочастотных динамических напряжений, вызывающих очень быстрое их усталостное разрушение.

Для рассматриваемого РК второй ступени были вычислены работы сил давления при колебаниях колеса по четырем низшим собственным формам колебаний. При этом каждую форму исследовали в полном диапазоне возможного количества узловых диаметров. Колебания задавали в виде бегущей в направлении вращения РК волны деформаций или же в противоположном направлении. Амплитуда колебаний соответствовала максимальному напряжению в лопатке, равному 9,8 МПа. На рис. 9 показана частота и характер перемещений по низшим формам собственных колебаний РК второй ступени КНД в условиях различного опирания по бандажным полкам.

На рис. 10 показана работа, вычисленная для рассчитанных форм колебаний. Положительные и отрицательные узловые диаметры соответствуют волне, бегущей по направлению вращения колеса и в обратную сторону соответственно. Работа РК, собранного с зазором по бандажным полкам, на первой и четвертой формах отрицательна, на второй и третьей – положительна, с 5...11 и 5...16 узловыми диаметрами соответственно. Таким образом, на этом РК должен появляться флаттер лопаток по второй и третьей формам. Работа РК, собранного с натягом по бандажным полкам, по четырем низшим формам колебаний отрицательна. Таким образом, прогнозируется устойчивость РК рассматриваемой ступени.

Настоящие расчеты выполнены на трехлопаточной модели, в предположении, что центральная лопатка находится в пучности для формы с заданным количеством узловых диаметров и преобразования картины перемещений от лопатки к лопатке не происходит. В качестве примера на рис. 11 приведена картина перемещений на лопатках второй ступени КНД, собранных с зазором по бандажным полкам, при колебаниях по третьей собственной форме с пятью узловыми диаметрами. В данном случае картина перемещений слабо меняется от лопатки к лопатке. Для учета значительного преобра-





зования форм колебаний при движении волны деформации по рабочему колесу авторами разработана модификация методики.

Для проверки результатов выполненных расчетов были проведены стендовые испытания полноразмерного двигателя с тензометрированием лопаток РК второй ступени КНД, собранного с натягом и зазором по бандажным полкам. Тензорезисторы устанавливали на лопатках в местах действия максимальных напряжений по наиболее неустойчивым к флаттеру собственным формам. Как правило, это первая и вторая изгибные формы, а также первая крутильная форма собственных колебаний. Места действия максимальных напряжений по данным формам определяли расчетным путем и при лабораторных исследованиях на вибростенде. Для фазового анализа, чтобы определить количество узловых диаметров при связанных колебаниях системы лопатка – (бандажная полка –) диск – поток,



Рис. 11. Относительные перемещения лопаток рабочего колеса второй ступени КНД при колебаниях по третьей форме с пятью узловыми диаметрами



Рис. 12. Результаты тензометрирования рабочего колеса второй ступени КНД, собранного с зазором по бандажным полкам:

а – график изменения относительной частоты вращения и осциллограмма сигнала вибронапряжений лопатки;
 б – спектрограмма сигнала вибронапряжений

препарировали несколько групп подряд стоящих лопаток. Для записи и обработки быстропеременных процессов с тензорезисторов при проведении испытаний использовали производительную многоканальную регистрирующую аппаратуру, чтобы обеспечить требуемую частоту дискретизации обработки сигналов при реализации приемлемой разрешающей способности спектра. Связь между тензорезисторами и обрабатывающей аппаратурой осуществлялась через многоканальный телеметрический преобразователь.

Анализ сигналов с тензорезисторов в процессе испытаний РК, собранного с натягом по бандажным полкам, показал отсутствие флаттера во всем диапазоне частоты вращения КНД. При испытаниях РК, собранного с зазором по полкам, начиная с частоты вращения *n* = 55%, проявлялись нерезонансные (некратные частоте вращения) колебания по 2, 3, 4-й формам колебаний с высоким суммарным уровнем вибронапряжений (рис. 12). Взаимный спектральный анализ сигналов как с соседних, так и с дальних лопаток показал реализацию механизма флаттера по 2-й и 3-й формам колебаний по характерным для флаттера признакам [24]: некратность частоты колебаний частоте вращения, резкое увеличение амплитуды колебаний, близость к единице функции когерентности между сигналами с соседних лопаток (синхронность колебаний), наличие вперед бегущей волны деформаций. Фазовый сдвиг между сигналами с соседних лопаток соответствует диаметральным формам колебаний, потенциально неустойчивым к флаттеру, по результатам расчета лопаток РК второй ступени КНД без опирания по бандажным полкам (см. рис. 9 и рис. 10).

Таким образом, проведенные испытания полностью подтвердили спрогнозированное вычислениями возник-

новение флаттера лопаток РК второй ступени КНД, собранного с зазором по бандажным полкам, и связанное с ним быстрое разрушение данных лопаток в эксплуатации.

Заключение

Предложен подход к проведению комплексного анализа динамического поведения лопаток компрессоров и вентиляторов авиационных ГТД, включающий прогнозирование амплитуд резонансных колебаний лопаток, обусловленных конструктивно обоснованными гармониками от частоты вращения ротора, а также прогнозирование условий возникновения флаттера лопаток при работе компрессора вблизи линии рабочих режимов.

Предложена и опробована методика расчета амплитуд резонансных динамических напряжений в лопатках компрессора. Показано, что точность расчетного прогноза амплитуды динамических напряжений для резонансов с конструктивно обоснованными гармониками в первую очередь зависит от корректного задания коэффициента демпфирования, определение которого является самостоятельной задачей. Приведены данные об экспериментальном исследовании логарифмического декремента колебаний компрессорных лопаток из различных материалов с разной конструкцией замкового соединения. Приведены данные расчетов амплитуды резонансных напряжений в лопатках компрессора. Их сопоставление с результатами испытаний показывает удовлетворительное соответствие.

На базе энергетического подхода разработан и валидирован метод прогнозирования флаттера лопаток компрессоров и вентиляторов газотурбинных двигателей и установок в условиях их безотрывного обтекания. Исследовано влияние параметров математической модели на результат прогнозирования условий возникновения флаттера, а также влияние конструктивных особенностей лопаток и условий сборки. Показано, что повышение точности вычисления параметров, варьирование угла атаки в пределах допусков, изменение амплитуды колебаний лопатки не оказывают значимого влияния на результат прогнозирования условий возникновения флаттера. Существенное влияние на прогноз флаттера бандажированных колес оказывает учет натяга или зазора в бандажном поясе. Показано, что для достоверного прогнозирования условий возникновения флаттера при безотрывном обтекании лопаток достаточно использовать модель исследуемой ступени, состоящую из трех лопаток, а расчет работы нестационарных аэродинамических сил производить на третьем периоде колебаний. Предлагаемый метод может быть использован при проектировании новых конструкций компрессоров для исследования областей, где возможно возникновение флаттера, и разработки конструкторских решений, исключающих возникновение флаттера лопаток при работе компрессора вблизи линии рабочих режимов в условиях безотрывного течения воздуха в межлопаточных каналах.

Литература / References

- Иванов В.П. Колебания рабочих колес турбомашин. М. : Машиностроение, 1983. 224 с. Ivanov V.P. Kolebaniia rabochikh koles turbomashin [Vibrations of rotors of turbomachines]. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 1983. 224 p.
- 2. Espinal D., Im H.-S., Zha Ge-Ch. Full-annulus simulation of nonsynchronous blade vibration excitation of an axial compressor // Journal of Turbomachinery. 2018. Vol. 140, iss. 3. Art. 031008. 12 p.
- Самойлович Г.С. Вынужденные колебания лопаток в неравномерном потоке // Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. М. : Наука, 1969. Гл. 9. С. 303–374.
 Samoilovich G.S. Vynuzhdennye kolebaniia lopatok v neravnomernom potoke [Forced vibrations of blades in a nonuniform flow]. Nestatsionarnoe obtekanie i aerouprugie kolebaniia reshetok turbomashin [Unsteady flow and aeroelastic vibrations of turbomachine blade rows]. Moscow: Nauka [Science], 1969. Chap. 9. P. 303–374.
- 4. Koya M., Kotake S. Numerical analysis of fully three-dimensional periodic flows through a turbine stage // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 1985. Vol. 107, no. 4. P. 945–952.
- 5. Kahl G. Aeroelastic effects of mistuning and coupling in turbomachinery bladings : thèse N° 2629 (2002) ... docteur ès sciences techniques. Lausanne, EPFL, 2002. 135 p.
- 6. Gnesin V.I., Kolodyazhnaya L.V., Rzadkowski R. A numerical modelling of stator–rotor interaction in a turbine stage with oscillating blades // Journal of Fluids and Structures. 2004. Vol. 19, iss. 8. P. 1141–1153.
- Августинович В.Г., Повышев И.Г. Вибронапряжения в лопатках турбомашин и их математическое моделирование // Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях / В.Г. Августинович, Ю.Н. Шмотин, А.М. Сипатов и др. / под ред. В.Г. Августиновича и Ю.Н. Шмотина. М. : Машиностроение, 2005. § 4.1. С. 243–290.

Avgustinovich V.G., Povyshev I.G. Vibronapriazheniia v lopatkakh turbomashin i ikh matematicheskoe modelirovanie [Vibration stresses in turbomachine blades and their mathematical modeling]. In: Avgustinovich V.G., Shmotin Y.N., Sipatov A.M. et al. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh iavlenii v gazoturbinnykh dvigateliakh [Numerical simulation of unsteady phenomena in gas turbine engines]. Ed. by V.G. Avgustinovich and Y.N. Shmotin. Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 2005. § 4.1. P. 243–290.

- Axial turbine blade vibrations induced by the stator flow. Comparison of calculations and experiment / M.B. Schmitz, O. Schäfer, J. Szwedowicz, T. Secall-Wimmel, T.P. Sommer // Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines / ed. by K.C. Hall et al. Springer, 2006. P. 107–118.
- 9. Шкловец А.О., Попов Г.М., Колмакова Д.А. Расчет вынужденных колебаний лопаток рабочего колеса компрессора авиационного газотурбинного двигателя, возникающих от действия окружной неоднородности газового потока // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2012. Т. 14, № 1-2. С. 517–520. Shklovets A.O., Popov G.M., Kolmakova D.A. Raschet vynuzhdennykh kolebanii lopatok rabochego kolesa kompressora aviatsionnogo gazoturbinnogo dvigatelia, voznikaiushchikh ot deistviia okruzhnoi neodnorodnosti gazovogo potoka [Calculation of the forced oscillations of rotor compressor blades at aviation gas-turbine engine, arising from action of circumferential non-uniformity of gas stream]. Izvestiia Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk [Izvestia of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences]. 2012. Vol. 14, no. 1-2. P. 517–520.

- 10. Шкловец А.О., Сеньчев М.Н., Джибилов П.Т. Снижение переменных резонансных напряжений в лопатках рабочих колес в последней ступени КСД // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). 2012. № 3 (34). С. 50–56. Shklovets A.O., Sen'chev M.N., Dzhibilov P.T. Snizhenie peremennykh rezonansnykh napriazhenii v lopatkakh rabochikh koles v poslednei stupeni KSD [Reduction of variable resonance stresses in the last stage of medium pressure compressor]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva (natsional'nogo issledovatel'skogo universiteta) [VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering]. 2012. No. 3 (34). P. 50–56.
- 11. Ермаков А.И., Шкловец А.О., Федорченко Д.Г. Расчет возбуждающей аэродинамической нагрузки на лопатку компрессора газотурбинного двигателя, находящуюся в поле неравномерного газового потока // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). 2014. № 5 (47), ч. 4. С. 158–165.

Ermakov A.I., Shklovets A.O., Fedorchenko D.G. Raschet vozbuzhdaiushchei aerodinamicheskoi nagruzki na lopatku kompressora gazoturbinnogo dvigatelia, nakhodiashchuiusia v pole neravnomernogo gazovogo potoka [Calculation of exciting aerodynamic load on a gas turbine engine compressor blade induced by the effect of a non-uniform gas flow]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva (natsional'nogo issledovatel'skogo universiteta) [VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering]. 2014. No. 5 (47), pt. 4. P. 158–165.

- Experimental and numerical investigation of blade resonance in a centrifugal compressor for varying gas properties / C. Degendorfer, R.S. Abhari, K. Vogel, R. Hunziker // Journal of the Global Power and Propulsion Society. 2018. Vol. 2. P. 415–428.
- 13. An integrated numerical procedure for flutter and forced response assessment of turbomachinery blade-rows / F. Vanti, A. Agnolucci, L. Pinelli, A. Arnone. 2019. 13 p. (Proceedings of 13th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics & Thermodynamics ETC13, April 8–12, 2019; Lausanne, Switzerland).
- 14. Shrinivasan A.V. Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 1997. Vol. 119, no. 3. P. 742–775.
- 15. Bendiksen O.O. Recent developments in flutter suppression techniques for turbomachinery rotors // Journal of Propulsion and Power. 1988. Vol. 4, no. 2. P. 164–171.
- 16. Doi H. Fluid/structure coupled aeroelastic computations for transonic flows in turbomachinery : a dissertation ... doctor of philosophy. 2002. viii, 154 p.
- 17. Analytical maps of aerodynamic damping as a function of operating condition for a compressor profile / P.J. Petrie-Repar, A. McGhee, P.A. Jacobs, R. Gollan. 2006. 12 p. (Proceedings of ASME GT2006. ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea & Air, May 8–11, 2006, Barselona, Spain ; GT2006-90829).
- 18. Снайдер Л., Коммерфорд Дж. Сверхзвуковой безотрывный флаттер в роторах вентиляторов: теория и эксперимент // Энергетические машины и установки : Труды Американского общества инженеров-механиков. Сер. А : русский перевод. 1974. № 4. С. 57–67.

Snyder L.E., Commerford G.L. Supersonic unstalled flutter in fan rotors: analytical and experimental results // Journal of Engineering for Power : Transactions of the ASME. Series A. 1974. Vol. 96, no. 4. P. 379–386. New title: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power.

- 19. Marshall J.G., Imregun M. A review of aeroelasticity methods with emphasis on turbomachinery applications // Journal of Fluids and Structures. 1996. Vol. 10, no. 3. P. 237–267.
- 20. Bölcs A., Suter P. Transsonische Turbomaschinen. Karlsruhe : G. Braun, 1986. (Wissenschaft und Technik : Taschenausgabe).
- 21. Хориков А.А., Данилкин С.Ю. Исследование флаттера рабочих лопаток вентилятора на режиме срывного обтекания // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). 2011. № 3 (27), ч. 2. С. 57–63. Khorikov A.A., Danilkin S.Y. Issledovanie flattera rabochikh lopatok ventiliatora na rezhime sryvnogo obtekaniia [Research of the fan blades flutter on the stalling airflow mode]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo
- universiteta im. akademika S.P. Koroleva (natsional'nogo issledovatel'skogo universiteta) [VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering]. 2011. No. 3 (27), pt. 2. P. 57–63.
 22. Локштанов Е.А., Михайлов В.М., Хориков А.А. Статистическое прогнозирование флаттера лопаток турбомашин // Аэроупругость турбомациин : сб. науч. тр. / АН УССР. Ин-т проблем прочности : редкод.: Г.С. Писаренко (отв. ред.)
- 22. Локштанов Е.А., Михаилов В.М., Хориков А.А. Статистическое прогнозирование флаттера лопаток турбомашин // Аэроупругость турбомашин : сб. науч. тр. / АН УССР, Ин-т проблем прочности ; редкол.: Г.С. Писаренко (отв. ред.) и др. Киев : Наукова думка, 1980. С. 73–81.

Lokshtanov E.A., Mikhailov V.M., Khorikov A.A. Statisticheskoe prognozirovanie flattera lopatok turbomashin [Statistical prediction of flutter of turbomachine blades]. Aerouprugost' turbomashin [Aeroelasticity of turbomachines]: collection of scientific papers. AN USSR [Academy of Sciences of the Ukrainian SSR], Institut problem prochnosti [Institute for Problems of Strength]. Editorial board: G.S. Pisarenko (executive editor) et al. Kiev: Naukova dumka, 1980. P. 73–81.

- 23. Сачин В.М., Хориков А.А., Шатохин А.Г. Исследование фазовых характеристик связанных колебаний лопаток компрессоров в потоке // Аэроупругость лопаток турбомашин : сб. статей / ЦИАМ ; редкол.: Л.Е. Ольштейн и др. 1981. (Труды ЦИАМ ; № 953). С. 287–296. Sachin V.M., Khorikov A.A., Shatokhin A.G. Issledovanie fazovykh kharakteristik sviazannykh kolebanii lopatok kompressorov v potoke [Investigation of phase characteristics of coupled oscillations of compressor blades in a flow]. Aerouprugost' lopatok turbomashin [Aeroelasticity of turbomachine blades]: collection of articles. CIAM. Editorial
- board: L.E. Olshtein et al. 1981. (Proceedings of CIAM; No. 953). P. 287–296.
 24. Хориков А.А. Прогнозирование и диагностика флаттера лопаток осевых компрессоров авиационных ГТД. М. : ЦИАМ, 2002. 352 с. (Труды ЦИАМ ; № 1311).
 Khorikov A.A. Prognozirovanie i diagnostika flattera lopatok osevvkh kompressorov aviatsionnykh GTD [Predictions]

Khorikov A.A. Prognozirovanie i diagnostika flattera lopatok osevykh kompressorov aviatsionnykh GTD [Predictions and diagnostics of blade flutter in axial compressors of aviation gas turbine engines]. Moscow: CIAM, 2002. 352 p. (Proceedings of CIAM; No. 1311).

- 25. Fransson T.H. Analysis of experimental time-dependent blade surface pressures from an oscillating turbine cascade using the influence-coefficient technique // Journal de Physique III. 1992. Vol. 2, no. 4. P. 575–594.
- 26. Application of unsteady aerodynamics and aeroelasticity in heavy-duty gas turbines / M. Montgomery, M. Tartibi, F. Eulitz, S. Shmitt // Proceedings of ASME Turbo Expo 2005, June 6–9, Reno-Tahoe, Nevada, USA. Vol. 4. P. 635–649. GT2005-68813.
- 27. Bendiksen O.O., Friedmann P.P. The effect of bending-torsion coupling on fan and compressor blade flutter // Journal of Engineering for Power. 1982. Vol. 104, no. 3. P. 617–623.
- 28. Srinivasan A.V., Fabunmi J.A. Cascade flutter analysis of cantilevered blades // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 1984. Vol. 106. P. 34–43.
- 29. Kielb R.E., Kaza K.R.V. Flutter of swept fan blades // Journal of Turbomachinery. 1985. Vol. 107. P. 395–398.
- Bendiksen O.O. Role of shocks in transonic/supersonic compressor rotor flutter // AIAA Journal. 1986. Vol. 24, no. 7. P. 1179–1186.
- 31. Kielb R.E., Ramsey J.K. Flutter of a fan blade in supersonic axial flow // Journal of Turbomachinery. 1989. Vol. 111, iss. 4. P. 462–467.
- 32. Temis J.M., Fedorov I.M. Simulation of turbomachine blade bending-torsion flutter using a pretwisted beam finite element // 6th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2008), June 30 July 4, 2008, Saint Petersburg, Russia. St. Petersburg : The Laboratory "Control of Complex Systems"; IPME RAS, 2008. P. 235–240.
- 33. Reddy T.S.R., Srivastava R., Mehmed O. Flutter and forced response analysis of cascades using a two-dimensional linearized Euler solver / NASA Glenn Research Center. Cleveland, Ohio, 1999. 26, [4] p. NASA/TM-1999-209633.
- 34. Bakhle M.A., Reddy T.S.R., Keith T.G. Time domain flutter analysis of cascades using a full-potential solver // AIAA Journal. 1992. Vol. 30, no. 1. P. 163.
- 35. Gnesin V., Rzadkowski R. A coupled fluid-structure analysis for 3-D inviscid flutter of IV standard configuration // Journal of Sound and Vibration. 2002. Vol. 251, iss. 2. P. 315–327.
- 36. Tran D.-M. Multi-parameter aerodynamic modeling for aeroelastic coupling in turbomachinery // Journal of Fluids and Structures. 2009. Vol. 25, iss. 3. P. 519–534.
- 37. Трехмерное моделирование флаттера лопаток компрессоров современных ГТД / В.В. Веденеев, М.Е. Колотников, П.В. Макаров, В.В. Фирсанов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). 2011. № 3 (27), ч. 1. С. 47–56. Vedeneev V.V., Kolotnikov M.E., Makarov P.V., Firsanov V.V. Trekhmernoe modelirovanie flattera lopatok kompressorov sovremennykh GTD [3D modeling of blade flutter in modern gas turbine engines]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva (natsional'nogo issledovatel'skogo universiteta) [VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering]. 2011. No. 3 (27), pt. 1. P. 47–56.
- Vedeneev V.V., Kolotnikov M.E., Makarov P.V. Experimental validation of numerical blade flutter prediction // Journal of Propulsion and Power. 2015. Vol. 31, no. 5. P. 1281–1291.
- 39. Carta F.O. Coupled blade-disc-shroud flutter instabilities in turbojet engine rotors // Journal of Engineering for Power. 1967. Vol. 89, iss. 3. P. 419–426.

- 40. Advances in fan and compressor blade flutter analysis and predictions / A.A. Mikolajczak, R.A. Arnoldi, L.E. Snyder, H. Stargardter // Journal of Aircraft. 1975. Vol. 12, no. 4. P. 325–332.
- 41. Буюкли Т.В., Шорстов В.А. К вопросу о постановке задачи расчета колебаний решеток компрессоров для определения аэроупругих характеристик // Труды МАИ : электрон. журн. 2010. № 39. URL: https://trudymai.ru/ published.php?ID=14799.

Buyukli T.V., Shorstov V.A. K voprosu o postanovke zadachi rascheta kolebanii reshetok kompressorov dlia opredeleniia aerouprugikh kharakteristik [About problem statement of compressor cascade vibration analysis for aeroelastic characteristics estimation]. Trudy MAI [Proceedings of MAI]: network scientific periodic publication. 2010. Nº 39. URL: https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=14799.

- 42. Prediction of flutter of turbine blades in a transonic annular cascade / I. McBean, K. Hourigan, M. Thompson, F. Liu // Journal of Fluids Engineering. 2005. Vol. 127, iss. 6. P. 1053–1058.
- LINFLUX-AE: A turbomachinery aeroelastic code based on a 3-D linearized Euler solver / T.S.R. Reddy, M.A. Bakhle, J.J. Trudell, O. Mehmed, and G.L. Stefko ; NASA Glenn Research Center. Cleveland, Ohio, 2004. 36, [4] p. NASA/ TM–2004-212978.
- 44. Aeroelastic stability computations for turbomachinery / R. Srivastava, M.A. Bakhle, and T.G. Keith, G.L. Stefko ; NASA Glenn Research Center. Cleveland, Ohio, 2001. 12, [2] p. NASA/TM-2001-210693. Prepared for the International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics cosponsored by the CEAS, AIAA, and AIAE Madrid, Spain, June 5–7, 2001.
- 45. Flutter analysis of a transonic fan / R. Srivastava, M.A. Bakhle, and T.G. Keith, G.L. Stefko; NASA Glenn Research Center. Cleveland, Ohio, 2002. 12, [2] p. NASA/TM-2001-210693. Prepared for the Turbo Expo 2002 cosponsored by the American Society of Mechanical Engineers and the International Gas Turbine Institute, Amsterdam, The Netherlands, June 3–6, 2002.
- 46. Sun H., Yang L., Li H. Sensitive flutter parameters analysis with respect to flutter-free design of compressor blade // Procedia Engineering. 2015. Vol. 99. P. 39–45.
- Численное исследование влияния конструктивных параметров на прогнозирование флаттера лопаток / Ф.А. Абдухакимов, В.В. Веденеев, М.Е. Колотников, П.В. Макаров // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 2. С. 17–26.

Numerical investigation of the effect of design parameters on the blade flutterr prediction / Abdukhakimov F.A., Vedeneev V.V., Kolotnikov M.E., Makarov P.V. // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2019. Vol. 48, no 2. P. 111–118.

- 48. Aeroelastic investigation of a transonic compressor rotor with multi-row effect / P. Barreca, L. Pinelli, F. Vanti, A. Arnone // Energy Procedia. 2018. Vol. 148. P. 58–65.
- 49. Influence of circumferential grooves on the aerodynamic and aeroelastic stabilities of a transonic fan / J. Cong, J. Jing, Z. Dai, J. Cheng, C. Chen // Aerospace Science and Technology. 2021. Vol. 117. Art. 106945.
- 50. Sadeghi M., Liu F. Computation of cascade flutter by uncoupled and coupled methods // International Journal of Computational Fluid Dynamics. 2005. Vol. 19, iss. 8. P. 559–569.
- 51. Chahine C., Verstraete T., He L. A comparative study of coupled and decoupled fan flutter prediction methods under variation of mass ratio and blade stiffness // Journal of Fluids and Structures. 2019. Vol. 85. P. 110–125.

Материалы получены редакцией 17.05.2023